NOMS Prénoms des élèves du groupe :

-
-
-

Devoir à la maison n° 2

1 heure

	Exercice 1	Exercice 2	Exercice 3	Exercice 4	Exercice 5	Exercice 6
Total	2	4	2	2	6	4

Exercice 1

Cet exercice est un QCM (questionnaire à choix multiples). Pour chacune des questions posées, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Entourer la lettre de la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.
Une réponse exacte rapporte $0,5$ point ; une réponse fausse ou une réponse multiple enlève 0,25 point ; l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point.

1. Le nombre dérivé $f'(1)$ est défini par : $f'(1) =$

a) $\lim\limits_{h\to 1} \dfrac{f(1+h)-f(1)}{h}$	b) $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{f(1+h)-f(1)}{h}$	c) $\lim\limits_{h\to 1} \dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}$

2. Soit f une fonction définie sur $[0;+\infty$ par $f(x) = \sqrt{x}$ alors :

a) $f'(1) = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$	b)$f'(1) = 1$	c) $f'(1) = \dfrac{1}{2}$

3. $g(x) = \dfrac{2x-1}{x+2}$ alors $g'(3) =$:

a) 2	b) 1	c) $0,2$

4. Soit h une fonction telle que $h(2) = 3$ et $h'(2) = -1$. alors l'équation de la tangente à $\mathscr{C}_h$ au point d'abscisse 2 est :

a) $y = -x+2$	b) $y = -x-1$	c) $y = -x+5$

Exercice 2

1. En utilisant le taux de variation (autrement dit la définition), calculer le nombre dérivé de la fonction f définie par $f(x) = \dfrac{3}{x+1}$ en -3.
2. Donner, en utilisant les formules, le nombre dérivé de f en 3 puis en $\dfrac{1}{2}$ dans les cas suivants :
   (a) f est la fonction inverse
   (b) $f : x \longmapsto 4x^3 - \sqrt{x}$
   (c) $f : x \longmapsto \dfrac{3x+2}{x+1}$

Exercice 3

Une entreprise fabrique des objets dont le coût de production s'exprime, en centaines d'euros, en fonction de la quantité q par $C(q) = 0,02q^3 - q^2 + 2q + 1,5$.

En économie, on appelle coût marginal pour une quantité q produite, le coût de fabrication d'une unité supplémentaire, c'est-à-dire,

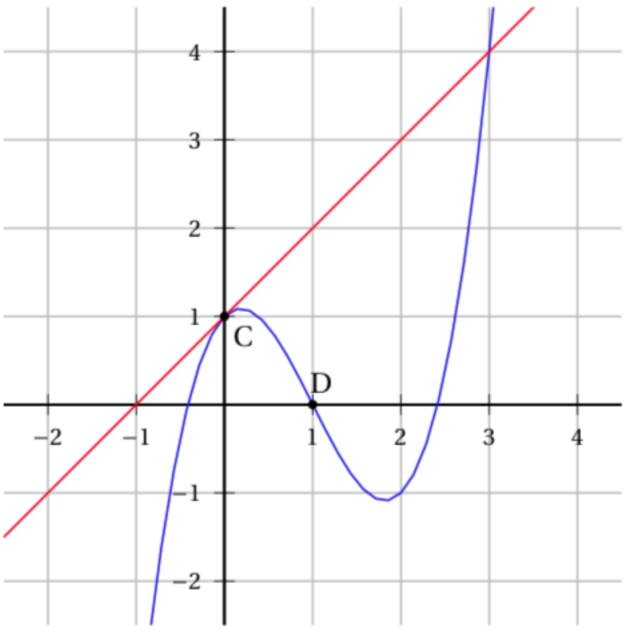
$$C_m(q) = C(q+1) - C(q)$$

1. Calculer le coût marginal $C_m(q)$ en fonction de q.
2. Mathématiquement le coût marginal est assimilé à la dérivée de la fonction coût total, c'est-à-dire $C'(q)$. Calculer $C'(q)$.
3. Quand on identifie $C_m(q)$ à $C'(q)$, on commet une erreur $E(q)$ avec $E(q) = C'(q) - C_m(q)$.

   Calculer $E(q)$ en fonction de q. A partir de combien d'unités produites cette erreur est-elle inférieure à $0,01$?

Exercice 4

On a tracé C_g , la courbe représentative de la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ ainsi que la tangente à C_g



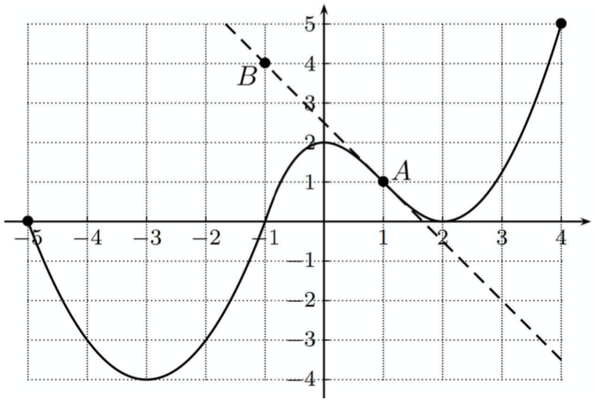
Par lecture graphique uniquement, donner le nombre dérivé $g'(0)$ ainsi que l'équation de la tangente à C_g au points C d'abscisse 0.

Exercice 5

Les deux parties sont indépendantes.

Partie A

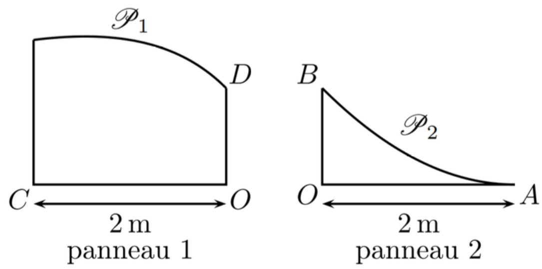
Soit h la fonction définie et dérivable sur l'intervalle $[-5\ ;\ 4]$ dont on donne ci-dessous le graphe noté $\mathscr{C}$.
Le point A a pour coordonnées $(1\ ;\ 1)$ et le point B a pour coordonnées $(-1\ ;\ 4)$.



1. Déterminer graphiquement le tableau de variations de h.
2. On admet que (AB) est la tangente à $\mathscr{C}$ en A. Déterminer $h'(1)$ puis une équation de (AB).

Partie B

Un décorateur de théâtre a fait construire deux panneaux de largeur 2 mètres dans des plaques carrées.
Ceux-ci sont schématisés ci-dessous et on les raccorde de sorte que O, A, C soient alignés et que B et D soient du même côté de (AC).



Il s'agit d'étudier comment se raccordent ces deux panneaux sachant que les courbes $\mathscr{P}_1$ et $\mathscr{P}_2$ sont les représentations graphiques respectives de

- f définie sur $[-2\ ;\ 0]$ par $f(x) = \dfrac{1}{2}x + 4 + \dfrac{6}{x-2}$.
- g définie sur $[0\ ;\ 2]$ par $g(x) = \dfrac{1}{4}(x-2)^2$.

dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ d'axe des abscisses (OA) et d'axe des ordonnées (OB) et d'unité le mètre.

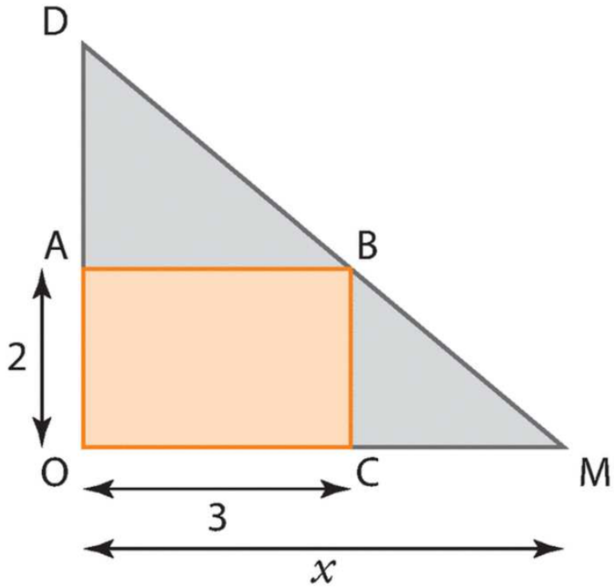
1. Montrer que les points B et D coïncident lorsque l'on rapproche les deux panneaux.
2. Comment traduire mathématiquement que le raccordement se fait sans point anguleux ?
3. Montrer que $f'(0) = -1$.
4. Déterminer le coefficient directeur de la tangente à $\mathscr{P}_2$ en B.
5. Conclure.

Exercice 6

Un charpentier doit construire le toit incliné (DM) au dernier étage d'une maison, en laissant un espace rectangulaire vide $OABC$ qui correspondra à la surface habitable de cet étage.

Il observe qu'il peut faire varier l'inclinaison de ce toit tout en conservant l'espace habitable $OABC$; ainsi la hauteur OD va varier en fonction de la largeur au sol x.

Afin d'optimiser l'espace de rangement BCM et l'espace grenier ABD, il souhaite établir la largeur x qui permettrait de minimiser la surface OMD.



1. A l'aide d'un théorème de géométrie, exprimer OD en fonction de x.
2. En déduire que l'aire du triangle OMD peut être modélisée par la fonction g définie sur $]3\ ;\ +\infty[$ par

$$g(x) = \frac{x^2}{x-3}$$

3. Montrer que pour tout x de $]3\ ;\ +\infty[$, on a $g'(x) = \dfrac{x^2-6x}{(x-3)^2}$
4. En déduire le tableau de variations de la fonction g sur $]3\ ;\ +\infty[$.

   Indication : on utilisera la propriété : une fonction f est strictement croissante sur $]a\ ;\ b[$ si pour tout $x \in]a\ ;\ b[$, $g'(x) > 0$.

   De même, f est strictement décroissante sur $]a\ ;\ b[$ si pour tout $x \in]a\ ;\ b[$, $g'(x) < 0$.
5. Conclure le problème.

Remarque : ce problème permet seulement de minimiser l'aire ce qui d'un point de vu pratique n'est pas très intéressant....